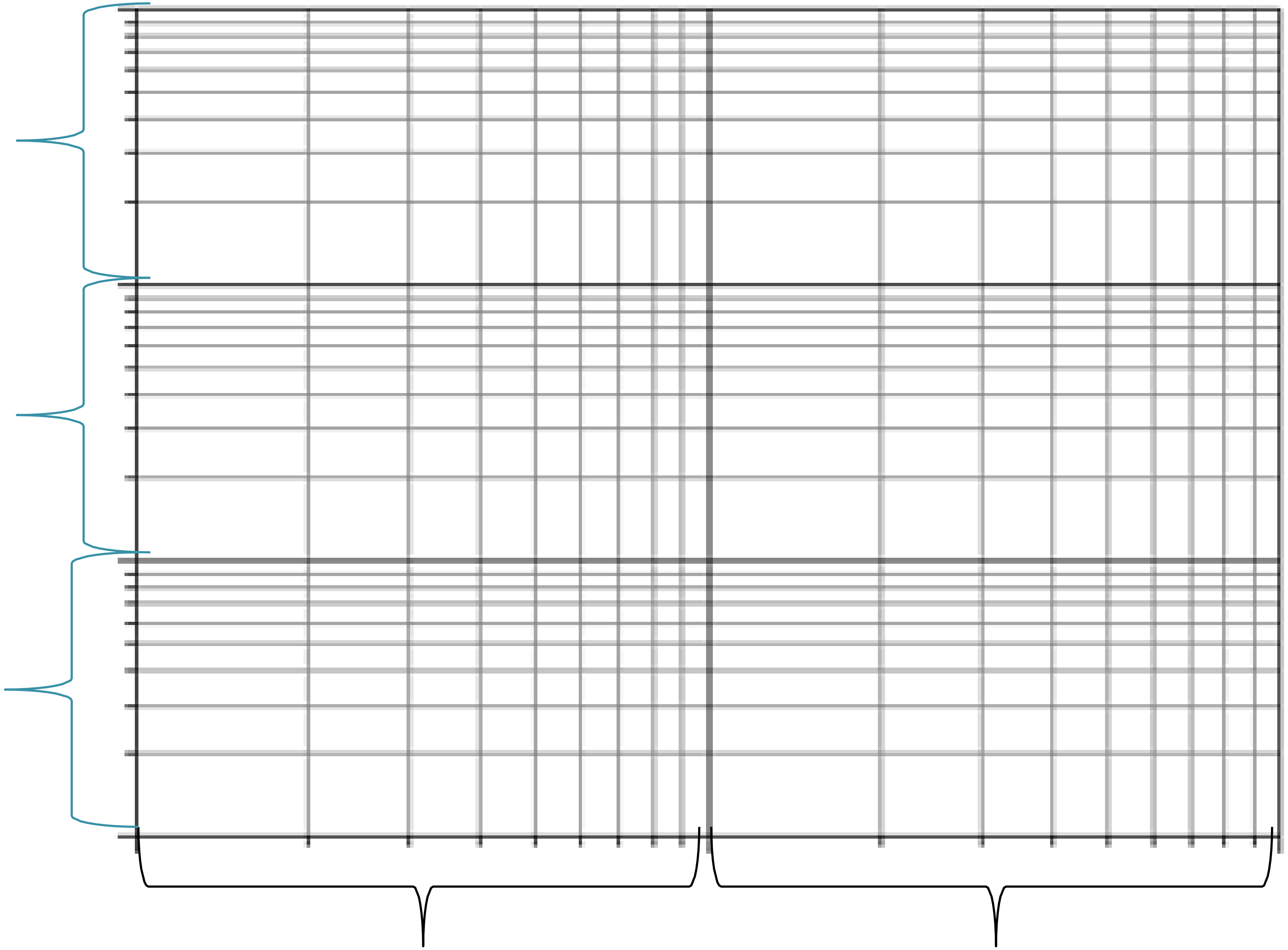
Introducción al análisis de gráficas

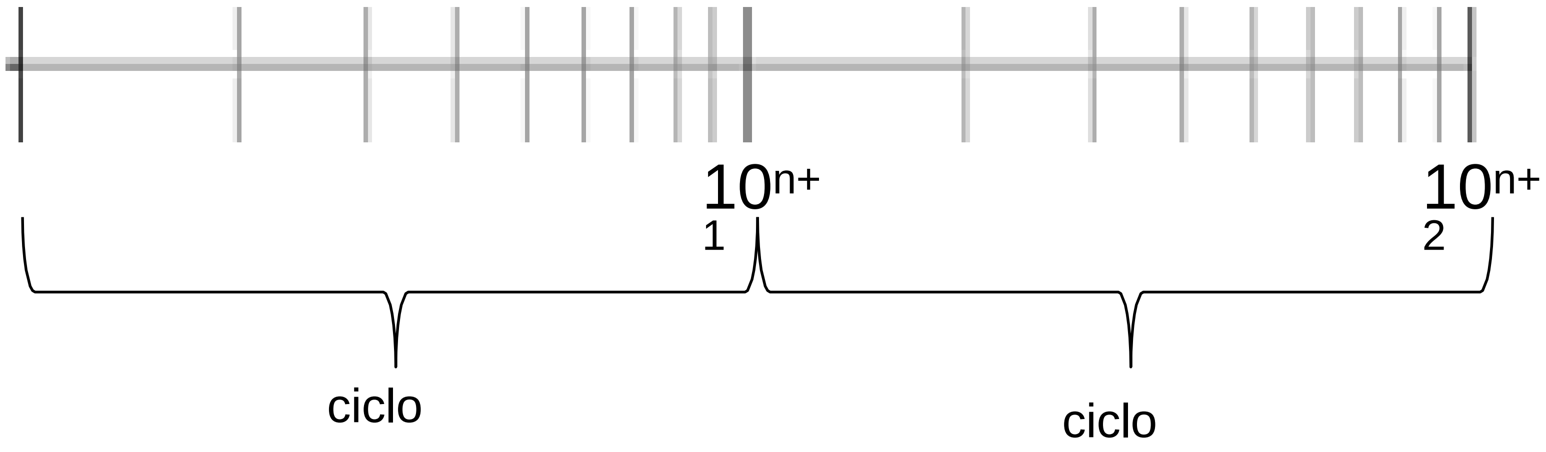
Diagramas. - Tablas y Gráficas: (1) Utilidad de las gráficas, (2) Elección de la cuadrícula, (3) Escala, (4) Unidades, (5) Presentación del error, (6) interpolación y extrapolación y (7) Rango y grado de confianza. - Ajuste lineal de graficas (método de mínimos cuadrados y regresión lineal). - Medidas de ángulo y tiempo

Papel milimetrado

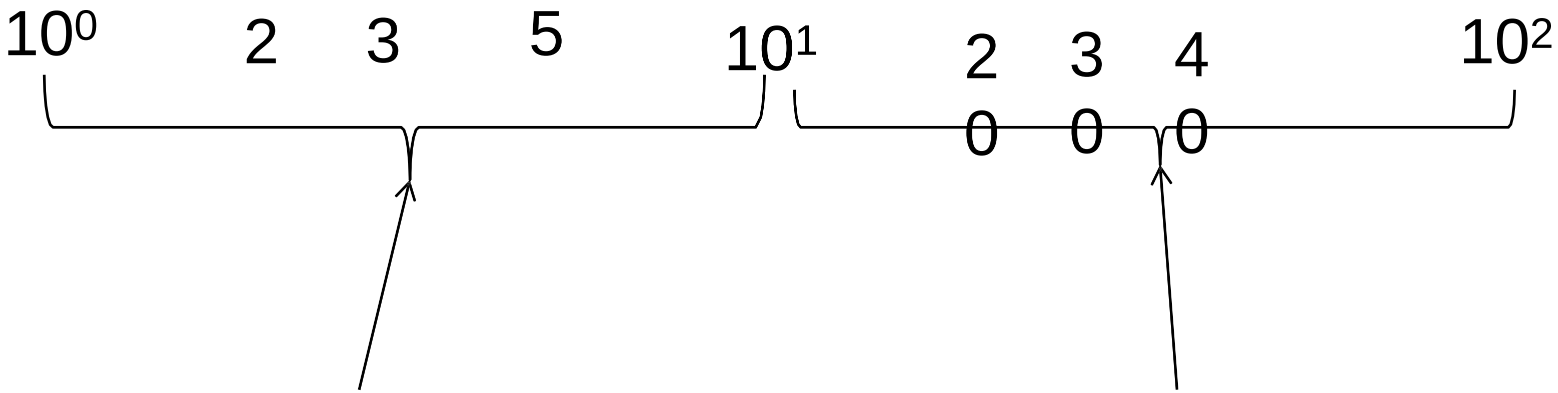
https://www.youtube.com/watch?v=PJfwpy3EoK8



De la hoja anterior podemos ver que la escala de los ejes es diferente a la de papel milimetrado normal, esto es por que, es una escala en potencias de 10



Por ejemplo, si iniciamos con $10^0 = 1$



Cada línea representa un valor de 1 unidad es decir 2,3,4 hasta 10

Cada línea representa un valor de 10 unidades es decir 20,30,40 hasta 100

Comportamiento no lineal

Gran parte de los experimentos de física, las leyes que se han de verificar siguen una dependencia lineal:

$$y = A + Bx$$

No obstante esta afirmación, no debemos pensar que esta es la forma general de una dependencia entre funciones.

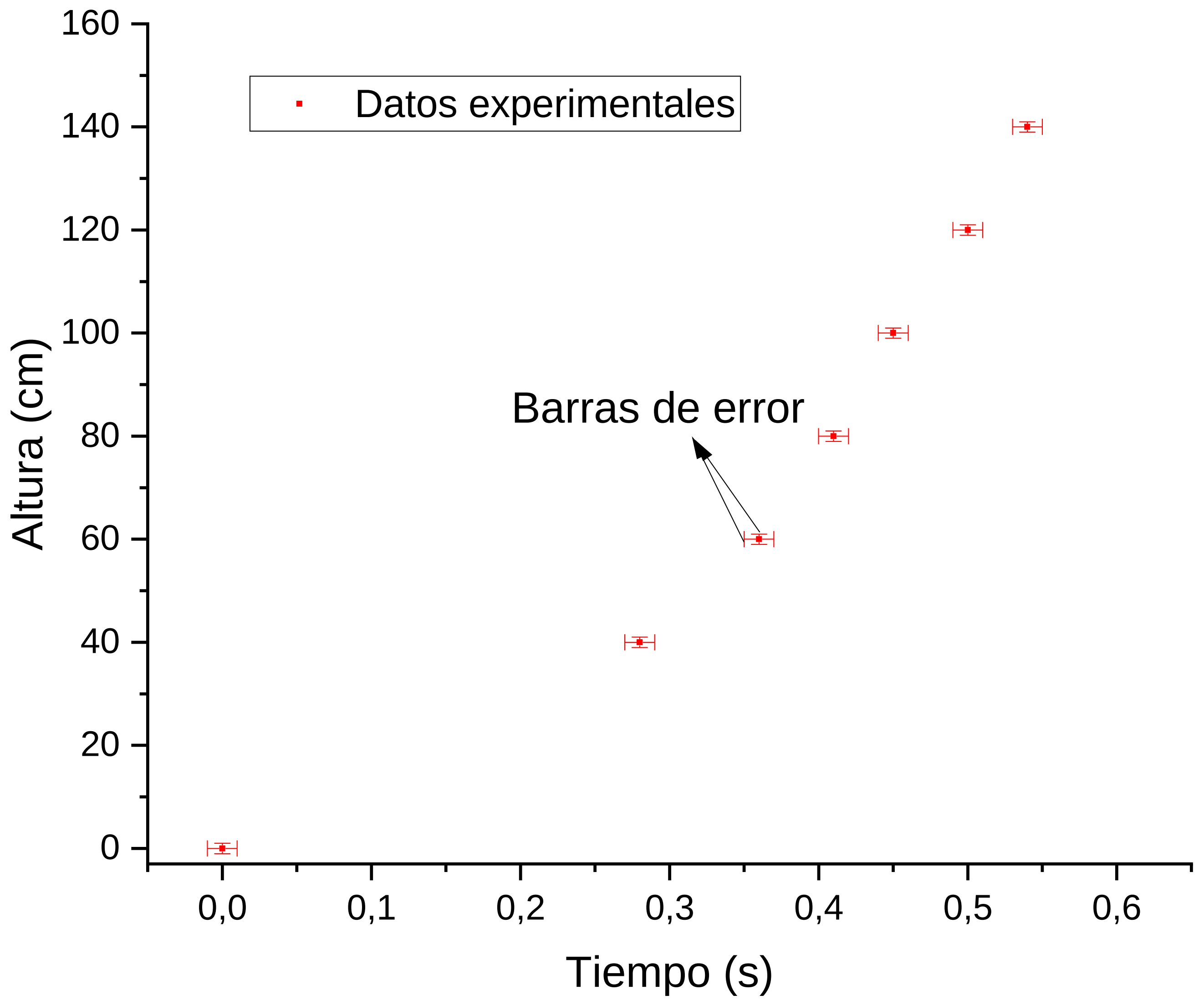
Existen múltiples casos donde las magnitudes se relacionan en general por fórmulas con comportamiento exponencial, polinomios, logaritmos, funciones trigonométricas y otros casos ni siquiera existe la ventaja de la recta es que se ajusta de mejor manera y muy sencillamente, disponemos de fórmulas para la pendiente, la ordenada en el origen y sus respectivas incertidumbres con una representación gráfica fácil, por ello, siempre que sea posible , es preferible reducir El problema a una dependencia lineal.

Ejemplo

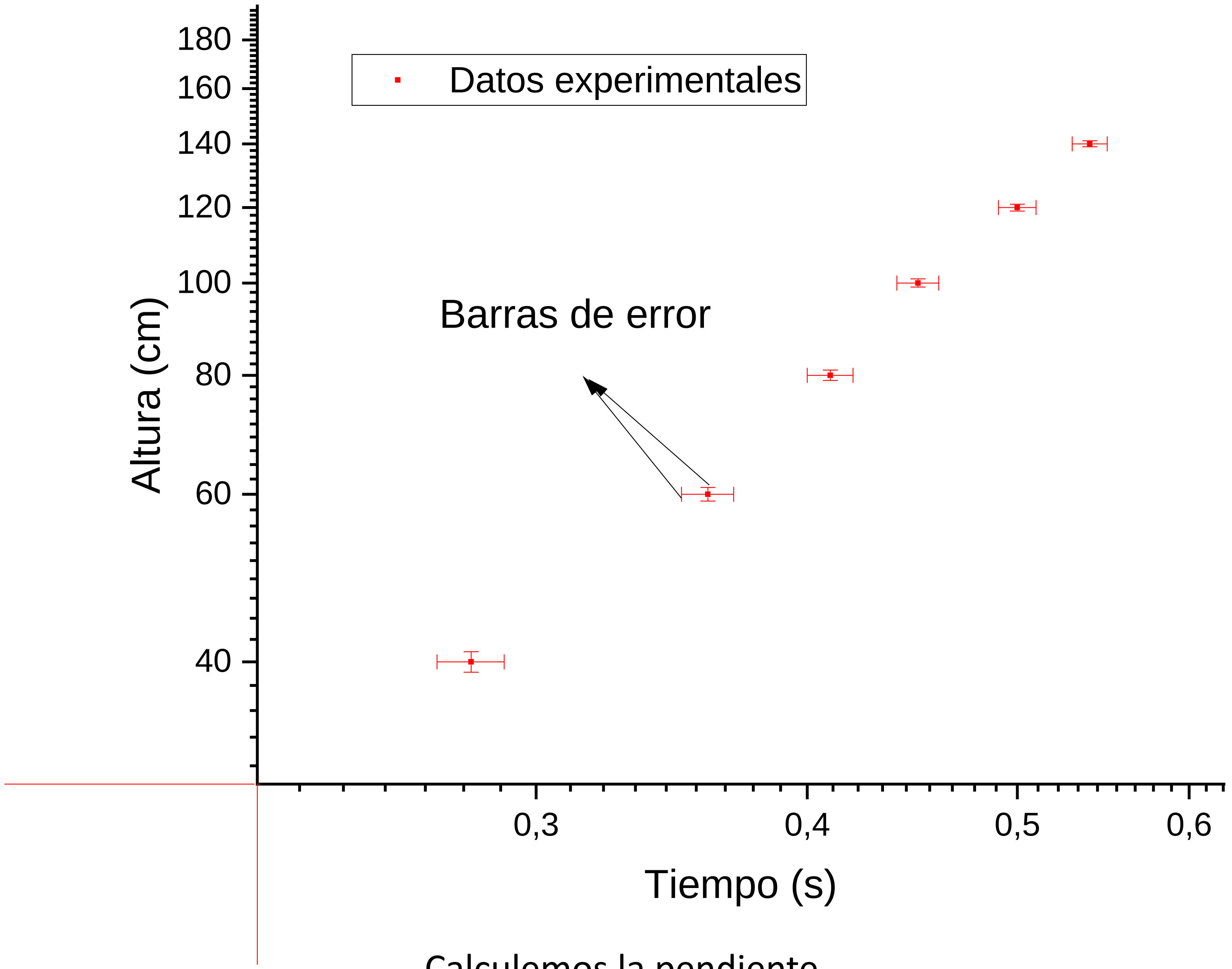
Tenemos el problema de una partícula que cae desde una cierta altura, y medimos el tiempo de caída, podemos obtener una tabla como la siguiente:

$\boldsymbol{t(s)(\pm 0,01s)}$	$\boldsymbol{h(cm)(\pm 1cm)}$
0,54	140
0,50	120
0,45	100
0,41	80
0,36	60
0,28	40
0	0

Grafiquemos h vs t



Datos experimentales
Barras de error
Altura (cm)
Tiempo (s)
0
20
40
60
80
100
120
140
160
0,0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6



Calculemos la pendiente

$$y = mx$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{log140 - log60}{log0{,}54 - log0{,}36} = 2{,}05 \approx 2$$

$$logx = 2logt$$

$$logx = logt^2$$

$$10^{logx} = 10^{logt^2}$$

$$x \approx Kt^2$$

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS:

$$\log(a \cdot b) = loga + logb$$

$$\log\left(\frac{a}{b}\right) = loga - logb$$

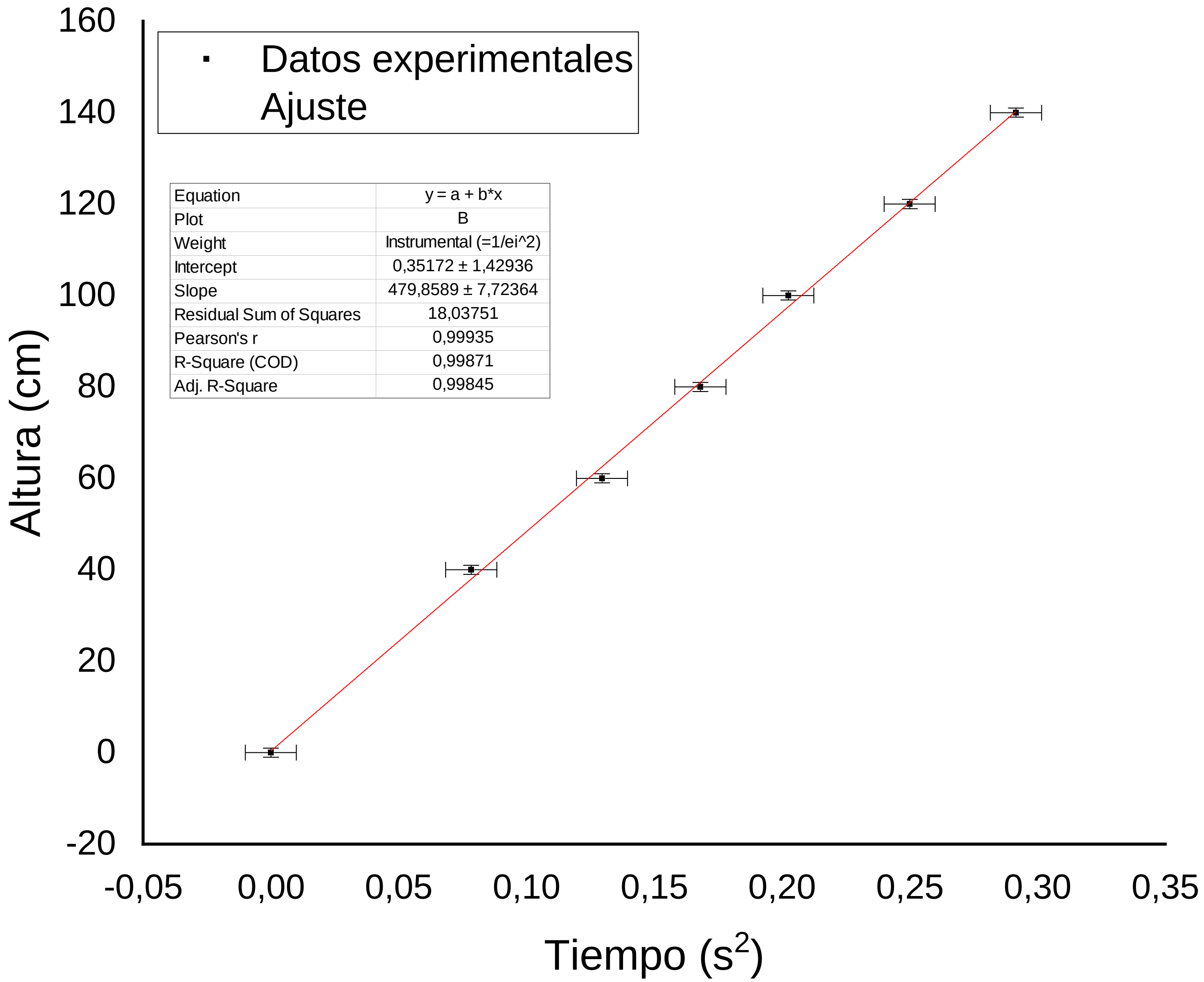
$$loga^b = b \cdot loga$$

$$log\sqrt[b]{a} = \frac{loga}{b}$$

La teoría nos dice: $h = \frac{1}{2}gt^2$, por lo tanto la gráfica será una parábola

Ahora hagamos una nueva tabla elevando al cuadrado el tiempo:

$t(s)(\pm 0,01s)$	$t^2(s^2)\ \pm 0{,}01$	$h(cm)(\pm 1cm)$
0,54	0,29	140
0,50	0,25	120
0,45	0,20	100
0,41	0,17	80
0,36	0,13	60
0,28	0,08	40
0	0	0


Datos experimentales
Ajuste
Equation
y = a + b*x
Plot
B
Weight
Instrumental (=1/ei^2)
Intercept
0,35172 ± 1,42936
Slope
479,8589 ± 7,72364
Residual Sum of Squares
18,03751
Pearson's r
0,99935
R-Square (COD)
0,99871
Adj. R-Square
0,99845
Altura (cm)
Tiempo (s2)
160
140
120
100
80
60
40
20
0
-20
-0,05
0,00
0,05
0,10
0,15
0,20
0,25
0,30
0,35

Regresión lineal: Métodos de mínimos cuadrados

Se intenta determinar la función continua que mejor se aproxime a los datos (línea de regresión o la línea de mejor ajuste.

busca minimizar la suma de cuadrados de las diferencias ordenadas (llamadas residuos) entre los puntos generados por la función y los correspondientes datos.

MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS

Su expresión general se basa en la ecuación de una recta y = mx + b. Donde m es la pendiente y b el punto de corte, y vienen expresadas de la siguiente manera:

$$m = \frac{n\sum x.y - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}, \qquad b = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum x \sum xy}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

El método de mínimos cuadrados calcula a partir de los N pares de datos experimentales (x, y), los valores m y b que mejor ajustan los datos a una recta

$$y = \left(\frac{n\sum x.y - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\right)x + \frac{\sum y \sum x^2 \ - \sum x \sum xy}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

Ejemplo: Para el ejemplo anterior calcular el valor de la pendiente , el intercepto y la propagación de errores

CALCULANDO LOS VALORES DE la pendiente, **m,** y de la ordenada, **b.**

Al efectuar la minimización de la ecuación uno respecto a todos los puntos experimentales bajo el criterio de los mínimos cuadrados, el procedimiento nos arroja el valor de la pendiente con su error, y de la **ordenada al origen**

$$\overline{m} = \frac{n\sum(x_i y_i) - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \qquad S_m = S_y\sqrt{\frac{n}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2}}$$

$$\overline{b} = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum(x_i y_i)}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2}$$

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum\left[y_i - \left(\overline{m}x_i + b\right)\right]^2}{n - 2}}$$