Física Experimental

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1 8 0 3

Medidas de tendencia central y medidas de dispersión

Distribución Normal o gaussiana

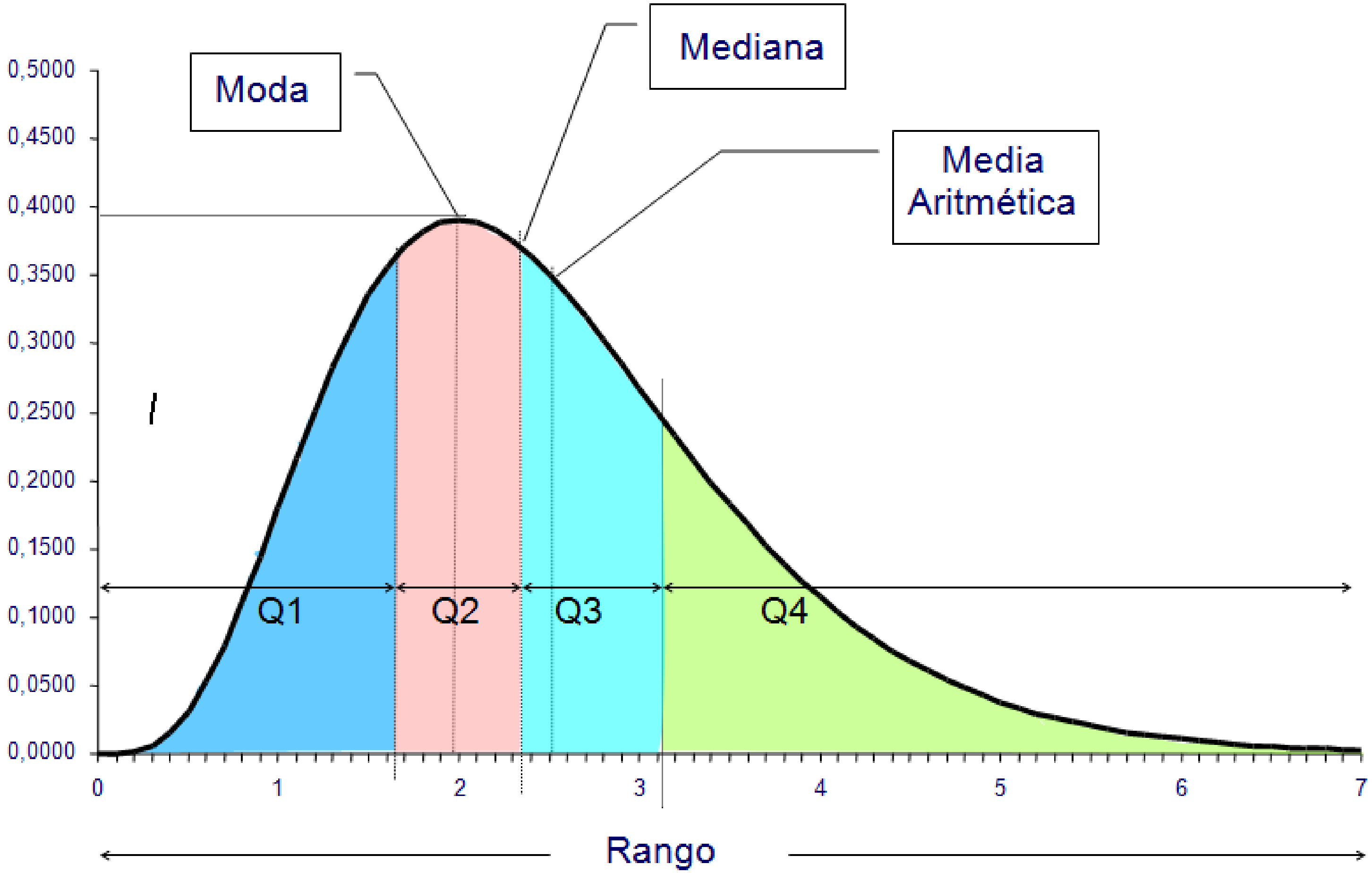
Docente. Álvaro Herrera Carillo

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL
Y MEDIDAS DE DISPERSIÓN

Objetivo: Conocer y calcular las medidas de tendencia central y medidas de dispersión

- Medidas de tendencia central
  - Media
  - Mediana
  - Moda
- Medidas de dispersión
  - Rango
  - Varianza
  - Desviación estándar

La mayor parte de las serie de datos muestran una clara tendencia a agruparse alrededor de un cierto punto central. Así pues, dada cualquier serie de datos particular, por lo general es posible seleccionar algún valor o promedio típico para describir toda la serie de datos. Este valor descriptivo típico es una **medición de tendencia central** o de **ubicación (medidas de posición)**



Fuente: Allende H y Ahumada S, ILI-280

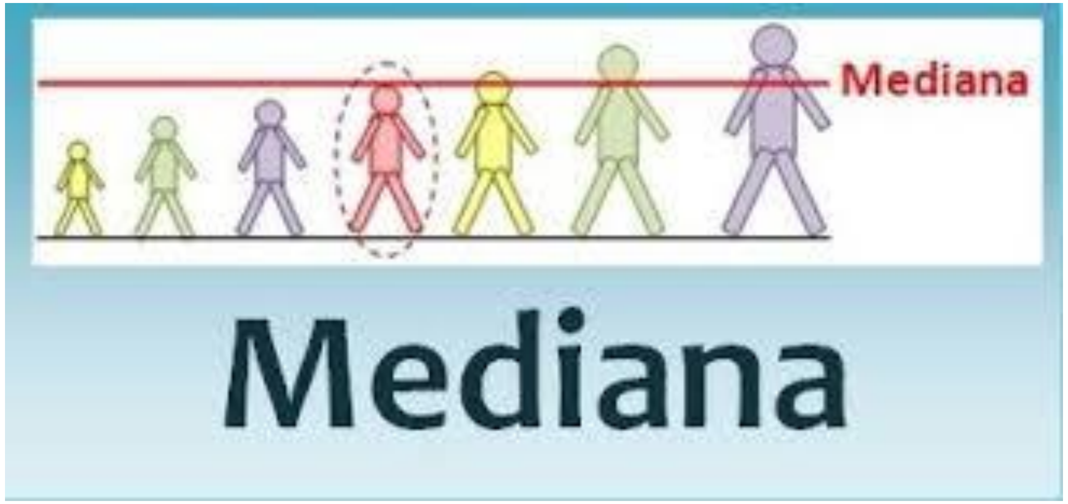
Media

Se representa por $\bar{X}$ (se lee como “*x* barra” o “ media de la muestra”). Es la suma de todos los valores de la variable *x* (la suma de valores *x* se simboliza como $\sum X)$ y dividiendo entre el número total de datos, *n*. Lo podemos expresar como:

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

Mediana

Valor de los datos que ocupa la posición central cuando los datos se ordenan según su tamaño. Se representa por $\tilde{X}$ (se lee como "*x* tilde" o "mediana de la muestra").



La **media** (**promedio**) de un conjunto de datos se encuentra al sumar todos los números en el conjunto de datos y luego al dividir entre el número de valores en el conjunto. La **mediana** es el valor medio cuando un conjunto de datos se ordena de menor a mayor

Procedimiento para calcular la mediana

1. Ordene los datos
2. Utiliza la expresión:

$$\tilde{X} = \begin{cases} X_{(n+1)/2} \; si \; n \; es \; impar \\ \frac{1}{2}\left(X_{\frac{n}{2}} + X_{\frac{n}{2}+1}\right) si \; n \; es \; par \end{cases}$$

Ejemplo 1

Suponga que un conjuntos de datos está dado por: 2.0, 2.5, 5.3, 4.2, 3.8. Calcular la mediana

Solución:

- **Ordenamos los datos:** 2.0, 2.5, 3.8, 4.2, 5.3
- N es impar; 5
- **Utilizamos la expresión:**
- $X_{(n+1)/2}$= 3, la mediana es el número ubicado en la tercera posición: 3.8

Ejemplo 2

Una toma de datos de un experimenta arroja los siguientes resultados

X_i	$t(s) \pm 0.1$
X_1	0.48
X_2	0.50
X_3	0.52
X_4	0.55
X_5	0.56
X_6	0.58
X_7	0.60
X_8	0.63
X_9	0.66
X_{10}	0.69

Calcular la mediana

Solución:

- Los datos están ordenados
- N es par, utilizamos la siguiente expresión:

$$\frac{1}{2}\left(X_{\frac{n}{2}} + X_{\frac{n}{2}+1}\right) = \frac{1}{2}\left(X_{\frac{10}{2}} + X_{\frac{10}{2}+1}\right) = \frac{1}{2}(X_5 + X_6) = 0.57$$

Moda

La moda de un conjunto de datos es el dato que **más veces se repite**, es decir, aquel que tiene **mayor frecuencia absoluta**. Se denota por **Mo**. En caso de existir dos valores de la variable que tengan la mayor frecuencia absoluta, habría dos modas. Si no se repite ningún valor, no existe moda.

Ayuda virtual

Calculo de media, mediana y moda con ayuda de Excel

https://www.youtube.com/watch?v=1vBGPXx5t8w

Medidas de dispersión

- **Rango**
- **Varianza**
- **Desviación estándar**

La dispersión se refiere a la extensión de los datos, es decir al grado en que las observaciones se distribuyen

Nos proporcionan información adicional que nos permite juzgar la confiabilidad de nuestra medida de tendencia central, si los datos están muy dispersos la posición central es menos representativa de los datos, como un todo, que cuando estos se agrupan mas estrechamente alrededor de la media

Rango: Es la diferencia entre el mayor y el meno de los valores observados

$$R = X_{Mayor} - X_{Menor}$$

Como medida de dispersión es limitada

Varianza y desviación estándar: Las descripciones más comprensibles de la dispersión son aquellas que tratan con la desviación promedio con respecto a alguna medida de tendencia central. Veremos dos medidas que nos dan una tendencia promedio con respecto a la media de la distribución: Varianza y desviación estándar.

DATOS SIN AGRUPAR

Varianza Muestral:

$$s^2 = \frac{\sum(x-\overline{x})^2}{n-1} = \frac{\sum x^2}{n-1} - \frac{n\overline{x}^2}{n-1}$$

$\boldsymbol{s^2}$ Varianza de la muestra

x Elemento u observación

$\overline{x}$ Media de la muestra

n Número de elementos de la muestra

Desviación estándar muestral

$$s = \sqrt{\frac{\sum(x-\overline{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n-1} - \frac{n\overline{x}^2}{n-1}}$$

DATOS AGRUPADOS

Varianza Muestral:

$$s^2 = \frac{\sum(m_i-\overline{x}).f_i}{n-1}$$

$\boldsymbol{s^2}$ Varianza de la muestra

s Desviación estándar de la muestra

f_i frecuencia absoluta de la clase i

$\mathrm{m_i}$ Marca de clase de la clase i

n Número de elementos de la muestra

$\overline{x}$ Tamaño de la muestra

Desviación estándar muestral

$$s = \sqrt{\frac{\sum(m_i-\overline{x}).f_i}{n-1}}$$

Actividad de retroalimentación del aprendizaje

Estudiantes de física experimental 1 midieron con un micrómetro el diámetro de un conjunto de frijoles obteniendo los siguientes resultados:

DIÁMETRO DE FRIJOLES (mm ±0.01)								
10.45	10.2	10.41	9.6	10.19	7.76	9.25	10.6	9.7
10.0	9.2	10.2	9.5	9.6	10.2	10.5	10.9	8.9
10.22	9.0	8.4	8.83	9.7	10.8	9.7	9.65	9.2
9.3	9.9	9.8	10.0	8.9	9.1	8.9	10.1	9.8
10.1	9.89	9.5	8.8	9.18	9.0	9.0	8.7	10.03

Hacer un histograma, la distribución normal y calcular la desviación estándar, utilizar cualquier software.

PRÁCTICA INSTRUMENTAL

Practicar la utilización de instrumentos como el micrómetro y el pie de rey en casa calculando diámetros de diferentes elementos que tengas en casa.

DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

Toda distribución de probabilidad es generada por una variable aleatoria x, la que puede ser de dos tipos:

1. *Variable aleatoria discreta (x)*. *Se le denomina variable porque puede tomar diferentes valores, aleatoria, porque el valor tomado es totalmente al azar y discreta porque solo puede tomar valores enteros y un número finito de ellos*.

2. *Variable aleatoria continua (x).* *Se le denomina variable porque puede tomar diferentes valores, aleatoria, porque los valores que toma son totalmente al azar y continua porque puede tomar tanto valores enteros como fraccionarios y un número infinito de ellos.*

x$\rightarrow$ Variable que nos define el número de burbujas por envase de vidrio que son generadas en un proceso dado: Variable aleatoria discreta; Toma valores de 1, 2, 3, 4….., n burbujas por envase

x$\rightarrow$Variable que nos define el diámetro de un engrane en pulgadas: Variable aleatoria continua; Toma valores de 5,01”, 4,05”, 4,08”, ….

<u>Una forma de distinguir cuando se trata de una variable continua es que esta variable nos permite medirla o evaluarla, mientras que una variable discreta no es medible, es una variable de tipo atributo, cuando se inspecciona un producto este puede ser defectuoso o no, blanco o negro, cumple con las especificaciones o no cumple</u>

1. Distribución de probabilidad discreta

- **p(xi)≥0 Las probabilidades asociadas a cada uno de los valores que toma x deben ser mayores o iguales a cero.**

- **Σp(xi) = 1 La sumatoria de las probabilidades asociadas a cada uno de los valores que toma x debe ser igual a 1.**

2. Distribución de probabilidad continua

- **f(x)≥0 Las probabilidades asociadas a cada uno de los valores que toma x deben ser mayores o iguales a cero.**

Dicho de otra forma, la función de densidad de probabilidad deberá tomar solo valores mayores o iguales a cero.

- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$ **La sumatoria de las probabilidades asociadas a cada uno de los valores que toma x debe ser igual a 1.**

  El área definida bajo la función de densidad de probabilidad deberá ser de 1.

Distribuciones discretas

- <u>Distribución binomial</u> (eventos independientes).
- <u>Distribución de Poisson</u> (eventos independientes).
- <u>Distribución hipergeométrica</u> (eventos dependientes).

Distribuciones continuas

- ***<u>Distribución normal o gaussiana</u>***

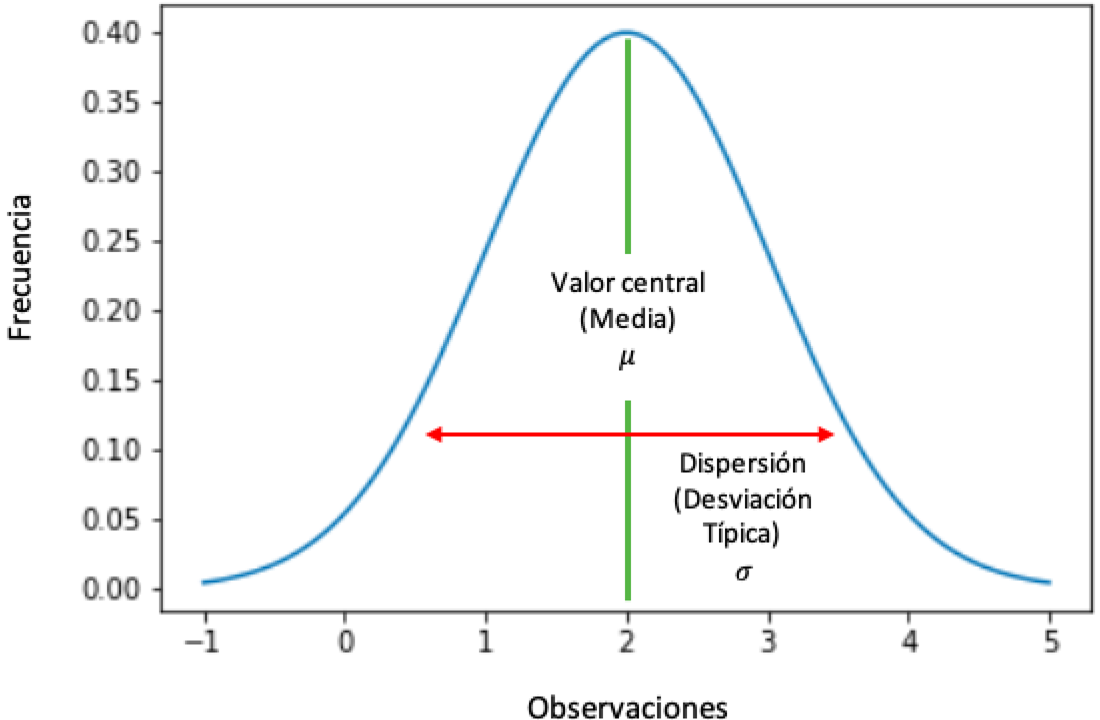
Interés en nuestro curso

La distribución Normal o Gausiana es una distribución de probabilidad continua definida por dos parámetros que la caracterizan: **μ** y **σ**

- El parámetro μ es conocido como la media o la esperanza que para esta distribución es igual a la mediana (en la Normal Estándar μ=0)

- Por su parte el parámetro σ es la desviación estándar o la raíz cuadrada de la varianza (en la Normal Estándar σ=0)

La forma de su función densidad es similar a una campana (conocida como Campana de Gauss) cuyo alto, ancho y posición relativa al cero varía en función de la media y la desviación estándar que definen a la distribución.



$$f(x) = N(\mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{\left(\frac{-(x-\mu^2}{2\sigma^2}\right)} \qquad -\infty < x < \infty$$

depende de dos parámetros μ (que puede ser cualquier valor real) y σ (que ha de ser positiva)

Variable X sigue el modelo Normal así: $X \sim N(\mu, \sigma)$. Por ejemplo, si nos referimos a una distribución Normal con $\mu = 0$ y $\sigma = 1$ lo abreviaremos $N(0, 1)$ (Distribución normas estándar)

Ayuda virtual

https://www.youtube.com/watch?v=phY8Z9-TXCY

https://www.youtube.com/watch?v=VYmd5hLykTo

https://www.youtube.com/watch?v=97EI9mS0WS8

https://www.youtube.com/watch?v=59I-6L5QMfc

https://www.youtube.com/watch?v=JuLu2PDt3dc

https://www.youtube.com/watch?v=c6e-PlmXpyg

https://www.youtube.com/watch?v=2wugQGs1GNY

Simulación de distribución no gaussiana: decaimiento radiactivo

https://www.youtube.com/watch?v=1VmwlAAne88

http://matesup.cl/portal/revista/2004/4.pdf