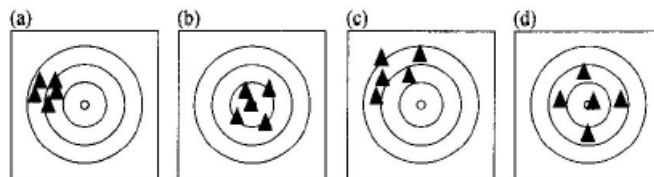


1. Diferencia entre precisión y exactitud. Observe la siguiente figura. Los triángulos representan los resultados de un conjunto de mediciones y su apartamiento con respecto al valor verdadero" (el centro del círculo). Algunas determinaciones son más precisas o más exactas que otras. Ubíquelas de manera cualitativa en un gráfico Exactitud vs. Precisión.



2. En un laboratorio se están probando cinco relojes. Exactamente al mediodía, determinado por la señal de la radio, los relojes marcaron en los días sucesivos de una semana lo siguiente:

Reloj	Domingo	Lunes	Martes	Miercoles	Jueves	Viernes	sabado
A	12:36:40	12:36:56	12:37:12	12:37:27	12:37:44	12:37:59	12:38:14
B	11:59:59	12:00:02	11:59:57	12:00:07	12:00:02	11:59:56	12:00:03
C	15:50:45	15:51:43	15:52:41	15:53:39	15:54:37	15:55:35	15:56:33
D	12:03:59	12:02:52	12:01:45	12:00:38	11:59:31	11:58:24	11:57:17
E	12:03:59	12:02:49	12:01:54	12:01:52	12:01:32	12:01:22	12:01:12

Teniendo en cuenta los conceptos de precisión y exactitud, trate de definir estimadores cuantitativos de ambas características de un conjunto de mediciones. Luego ubique cada reloj en un gráfico Exactitud vs Precisión.

3. Se busca medir el espesor de una chapa metálica empleando un tornillo micrométrico que aprecia la centésima de milímetro. La lectura efectuada da como resultado  $e = 4.25mm$ . Puede asegurarse que el espesor de la chapa vale lo que se indica con una incertidumbre menor al 1 por mil? Fundamente.
4. Se desea medir la longitud de una varilla empleando una cinta métrica. Esta tiene un extremo, el del origen, truncado (le falta un trozo de  $1cm$  de longitud) y el experimentador lo advierte luego de haber realizado las mediciones
- Las lecturas efectuadas con esa cinta métrica obviamente estarán afectadas por un error (si/ no)
  - Cómo es ese error? (por exceso / por defecto)
  - Puede ser corregido? Cómo?
5. Un cuerpo se cuelga del extremo de un resorte con el fin de calcular su peso a partir de la medición del estiramiento del resorte (dinamómetro). Se efectúa la lectura de la posición del extremo del resorte frente a una escala  $E$  situada detrás del mismo. El observador se ubica frente al resorte y efectúa las lecturas. Ellas están afectadas por incertidumbre.
- Qué fuentes de error aumentan la incertidumbre?

b) Cuáles de estas fuentes de error pueden suprimirse o disminuirse ? Fundamente

c)Cuál es la posición correcta para realizar las mediciones?

6. Determine cuáles de los siguientes resultados están incorrectamente expresados y relice las correcciones que considere adecuadas:

a)  $24567 \pm 2928m$

e)  $23.463 \pm 0.165cm$

i)  $34567 \pm 3000cm$

b)  $345 \pm 3m$

f)  $345.20 \pm 3.10mm$

j)  $24000 \pm 3000$

c)  $43.00 \pm 0.06m$

g)  $23.5 \pm 0.2cm$

d)  $43 \pm 0.06m$

h)  $345.2 \pm 3m$

7. Dada la siguiente tabla que corresponde a la masa en gramos de 50 balas

2.5696	2.5625	2.5586	2.5725	2.5776	2.5745	2.5693	2.5819	2.5700	2.5780	2.5666
2.5678	2.5735	2.5595	2.5865	2.5816	2.5608	2.5730	2.5658	2.5637	2.5712	2.5788
2.5768	2.5587	2.5613	2.5713	2.5693	2.5655	2.5769	2.5778	2.5713	2.5669	2.5578
2.5715	2.5747	2.5632	2.5612	2.5687	2.5746	2.5694	2.5746	2.5690	2.5681	2.5643
2.5745	2.5660	2.5685	2.5742	2.5523	2.5513					

a) Determine  $\bar{x}, S_n(x)$  y grafique el histograma

b) Estime la incertidumbre instrumental y compárelo con  $S_n(x)$

8. Se mide el valor de una longitud mediante un instrumento. Se realizan mediciones en dos condiciones distintas. En el primer caso se realizan 100 mediciones y se obtiene  $\bar{x} = 5.2m$  y  $S_{n-1}(x) = 0.03m$  En el segundo caso se realizan 500 mediciones y se obtiene  $\bar{x} = 53.7m$  y  $S_{n-1}(x) = 0.08m$ . Cuál de las dos muestras permite determinar mejor el valor de la magnitud en cada caso particular? Bajo qué criterios podríamos realizar esta comparación?

9. Se mide una longitud y se determina que  $\bar{x} = 5.2m$  y  $S_{n-1}(x) = 0.03m$ . Teniendo en cuenta que se realizaron 900 mediciones, se expresa el resultado como :

$$x(95\%) = \left( 5.2 \pm 2 \frac{0.03}{\sqrt{900}} \right) m = (5.2 \pm 0.00196)m$$

Cuántas mediciones habría que a realizar para que el mismo intervalo ( $u_x = 0.00196m$ ) contenga al verdadero valor de la longitud con un 99% de confianza.

10. Dadas las funciones  $z = axy$ ,  $z = a(x/y)$ ,  $z = ax^n$  y  $z = axyw$  ( a es una constante), estime el error relativo de z en función de los errores relativos de las otras variables.

11. Determine experimentalmente el valor de  $\pi$  Para esto mida el diámetro y la circunferencia de un objeto circular cualquiera utilizando una regla pequeña y un hilo de longitud conocida. Estime el error absoluto máximo para cada medición y determine, considerando la propagación de errores, el intervalo de incerteza en la determinación de  $\pi$ . Se encuentra el "verdadero valor" dentro de dicho intervalo de incerteza?

12. Una esfera que se encuentra en el laboratorio es de una aleación con peso específico  $\rho = 7.78Kg/dm^3$  Si su diámetro, medido con el calibre digital, es de  $5mm$ , puede estimarse el peso de las mismas con una incertidumbre menor del 1% ?

13. Se trata de medir el módulo de Young de tracción con un error máximo del 1%. El módulo de Young E está dado por

$$E = \frac{LP}{\pi r^2 d} Kgmm^{-2}$$

donde L es la longitud del alambre, r es su radio y P el peso que produce un alargamiento d. Suponga que los valores aproximados para cada variable son  $L = 1000mm$ ,  $P = 2Kg$ ,  $r = 0.5mm$  y  $d = 0.3mm$  Analizar la influencia de los errores que se cometen en la medición de cada variable en el error de E. Determinar los valores máximos de error de apreciación para los diferentes instrumentos que se utilizarán, para lograr un error total no mayor del 1% en el cálculo de E.

14. Un péndulo simple se usa para medir la aceleración de la gravedad  $g$ , usando  $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ . El período  $T$  medido fue de  $1.24 \pm 0.02s$  y la longitud  $l = 0.381 \pm 0.002m$ . Cuál es el valor resultante de  $g$  con su incertidumbre absoluta y relativa?
15. En un experimento del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado estudiantes de física experimental 1 obtuvieron los siguientes resultados de posición Vs Tiempo

$t(s) \pm 0.01$	$X(cm) \pm 0.1$
0.199	16.24
0.402	19.32
0.613	23.04
0.812	29.4
1.21	37.54
1.44	47.4
1.63	59.1
1.809	72.63
2.22	88.23
2.4	105.02

- Escribir los datos obtenidos de manera correcta teniendo en cuenta la incertidumbre instrumental y cifras significativas
- Graficar los datos, que tipo de gráfico se obtiene
- Utilice un ajuste de mínimos cuadrados para obtener los parámetros  $m$  y  $b$ , qué interpretación física tienen estos parámetros?, tener en cuenta la propagación de errores.

## 1. Propagación del error

### 1.1. Propagación del error: Una variable

Supongamos que la magnitud  $z$  se calcula a partir de la magnitud medida  $x$  de acuerdo a la función (es decir, si realizamos una medición indirecta):

$$z = z(x)$$

Supongamos también se ha cometido un error  $\pm\Delta x$  al medir  $x$  (error cometido puede tener cualquier signo) Cuánto valdrá  $\Delta z$ ? Es decir, cómo se propaga el error que se cometió al medir  $x$  en el resultado del cálculo de  $z$ ? Por ejemplo, veamos qué pasa si  $z(x) = x^2$  :

$$z \pm \Delta z = (x + \Delta x)^2 = x^2 \pm 2x\Delta x + (\Delta x)^2$$

Si  $\Delta x$  es pequeño con respecto a  $x$ ,  $(\Delta x)^2$  lo es aún más, por lo que puede despreciarse:

$$\Delta z = 2x\Delta x$$

(Ejercicio: Qué error se comete al despreciar  $(\Delta)^2$  si  $x = 5$  y  $\Delta x/x = 1\%$ ).

De manera general una buena estimación de  $\Delta z$  se obtiene a partir del desarrollo en serie de Taylor de  $z(x)$ :

$$z \pm \Delta z = z(x) + z'(x)(\pm\Delta x) + \frac{1}{2!}z''(x)(\Delta x)^2 + \dots$$

Si despreciamos aquellos términos en los cuales aparecen potencias de  $\Delta x$  superiores a la unidad obtenemos:

$$z \pm \Delta z \approx z(x) \pm z'(x)\Delta x$$

con lo que una buena aproximación de  $\Delta z$  es :

$$\Delta z \approx z'(x)\Delta x \quad (1)$$

## 1.2. Propagación del error. Varias variables

Supongamos que:  $z = x + y$ , donde  $x$  e  $y$  fueron medidas con los errores  $\Delta x$  y  $\Delta y$ , respectivamente. Entonces:

$$z \pm \Delta z = (x \pm \Delta x) + (y \pm \Delta y)$$

La combinación más pesimista en la incertidumbre de  $z$  ocurre cuando ambos errores se suman:

$$\Delta z = \Delta x + \Delta y$$

Lo mismo ocurre si  $z = x - y$ . En este caso, sin embargo, el error relativo  $\Delta z$  puede tomar valores muy importantes si  $x$  e  $y$  toman valores muy cercanos. En el caso general en que  $z = z(x, y)$  el cálculo de  $\Delta z$  se realiza de la misma manera que el caso de la ecuación (1) para obtener:

$$\Delta z \approx \frac{\partial z}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial z}{\partial y} \Delta y$$

## 2. Algunas fórmulas

Media Aritmética:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Desviación estándar muestral

$$S_n(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N}{n}}$$

Desviaci

on estándar del promedio de una muestra de tamaño  $n$ :

$$S_{n-1}(\bar{x}) = \frac{S_{n-1}(x)}{\sqrt{n}}$$